2 الباب الثاني Chapter Two

الحركة في بعد واحد Motion in One Dimension

1-2: مقدمة Introduction

الحركة motion فعل يشير إلى التغير المستمر في الموضع، وهذه الحركة يمكن أن تكون حركة انتقالية translational motion من موضع إلى موضع آخر، ويمكن أن تكون حركة دورانية rotational motion يدور فيها الجسم حول محور معين، ويمكن أن تكون حركة اهتزازية vibrational motion يتغير فيها موضع الجسم ذهاباً وإياباً ماراً بنقطة. يمكن أن تكون حركة جسم ما مركبة من نوعين أو أكثر من أنواع الحركة وتكون النتيجة حركة معقدة يصعب دراستها في هذه المرحلة، أضف إلى ذلك أن طبيعة أي جسم متحرك تتأثر بمجموعة من العوامل منها، شكل وحجم الجسم المتحرك، وحركة الجسيمات المكونة له بداخله.

للتغلب على تعقيدات الحركة ودراستها بشكل مبسط، تم استحداث ما يسمى بالجسيم النقطي particle ، أي الجسيم الذي أبعاده صغيرة مقارنة مع أبعاد حركته. فإذا أردنا دراسة حركة الأرض حول الشمس، فيمكن اعتبار الأرض جسيم نقطي. بينما إذا أردنا وصف حركة الأجسام على سطح الأرض، فلا يمكن في هذه الحالة اعتبار الأرض جسيم نقطي. فمن هذا المنطلق، ولدواعي التبسيط في هذه المرحلة سندرس في هذا الباب وصف حركة الأجسام باعتبارها أجسام نقطية تتحرك حركة انتقالية.

يسمى العلم الذي يدرس حركة الأجسام بعلم **الميكانيكا Mechanics**، وهذا العلم يبين العلاقات ما بين طبيعة الحركة، والقوى المؤثرة، والطاقة، ويتفرع من هذا العلم ثلاثة فروع، الأول يسمى **كينماتيكا Kinematics**، ويقتصر هذا العلم على وصف مفهوم الحركة الفيزيائي للأجسام دون أي اعتبار لمسببات هذه الحركة، وحسابات الطاقة.

الفرع الثاني يسمى **ديناميكا Dynamics**، هذا الفرع أشمل من الكاينماتيكا، فهو يتضمنها، وإضافة إلى ذلك فهو يهتم بدراسة القوى التي تؤثر على الحركة. أهم موضوعات هذا العلم هو تطبيق قوانين نيوتن لدراسة الحركة. ولكن عندما تحدث صعوبات في دراسة الحركة باستخدام مباشر لقوانين نيوتن يتم اللجوء إلى مفاهيم مثل مفهوم الشغل، ومفهوم الطاقة الميكانيكية،فهذه

المفاهيم تعتمد على قوانين نيوتن، وتعتمد على مبدأ عام في الفيزياء هو مبدأ حفظ الطاقة، وسنبدأ بدراسة هذا الموضوع في الباب الخامس.

الفرع الثالث يسمى **استاتيكا Statics**، وهذا العلم يهتم بالقوى التي تؤثر على الجسم لتجعله ساكناً بلا حركة.

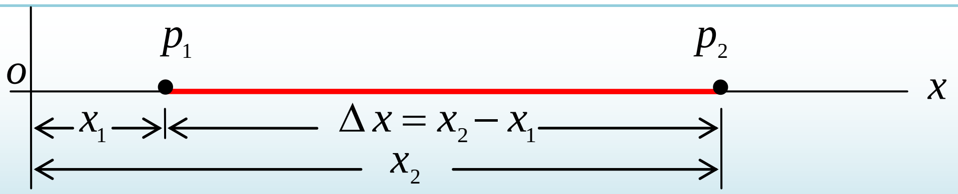
إن الهدف من هذا الباب، والباب الذي يليه هو تطوير معرفة الطالب في وصف حركة الأجسام. ووصف حركة الأجسام يتم من خلال إدراك المعنى الفيزيائي لثلاثة كميات تشكل مفاهيم أساسية في الفيزياء، وهذه الكميات هي الإزاحة displacement، والسرعة المتجهة velocity، والتسارع acceleration. هذه الكميات لها تعريف واضح ومحدد في الفيزياء، وإلى حد ما يختلف عن لغة الناس اليومية. **إن وصول الطالب للتعريف الفيزيائي لتلك المفاهيم يساعده في التعامل معها ومع مفاهيم فيزيائية أخرى. إن ذلك يشبه تماماً التعامل مع لعبة معينة، فإذا أدرك أي شخص مفاهيم اللعبة وقوانينها يصبح سهلاً علية أن يكون لاعباً ماهراً في تلك اللعبة.**

إن الكميات الفيزيائية التي أشرنا إليها كميات متجهة توصف كل كمية بمقدار واتجاه، ويتطلب دراستها اعتماد نظام محاور coordinates system ونقطة مرجع reference point، فلوصف حركة جسم لا بد من الإشارة إلى موقعه، وسرعته، وتسارعه في كل لحظة زمنية بالنسبة إلى نقطة مرجع، وغالباً ما نستخدم نظام الإحداثيات الكارتيزية المتعامدة Cartesian coordinates system ونقطة المرجع هي نقطة التقاء المحاور، فلتحديد موقع جسم ما في الفضاء يلزمنا ثلاثة محاور مستقلة عن بعضها، بينما لتحديد موقع جسم ما في مستوى يلزمنا محورين فقط، هما x و y في نظام الإحداثيات الكارتيزية، أو r و θ في نظام الإحداثيات القطبية polar coordinates system . ولأن دراستنا في هذا الباب ستقتصر على الحركة في بعد واحد فقط، أي الحركة في خط مستقيم، فإن الاتجاه محدد مسبقاً، **ونكتفي بحساب المقادير**، ولذلك سنؤجل دراسة الكميات المتجهة بشكل مفصل إلى الباب الثالث. وسنضع الرموز دون الإشارة إلى الاتجاه. سنختار أن تكون الحركة على المحور x ، وسنشير للاتجاه بالموجب إذا كان لليمين (أي إلى الشرق)، وبالسالب إذا كان لليسار (الغرب). أما إذا اخترنا الحركة على المحور y، فسنشير للاتجاه بالموجب إذا كان للأعلى (أي إلى الشمال)، وبالسالب إذا كان للأسفل (الجنوب). وعلى كل حال لَكَ الخيار في اعتماد العكس إذا لزم الأمر.

2-2: الإزاحة Displacement

سنبدأ دراستنا بالمفهوم الأساس الأول، وهو الإزاحة، وكيف نفرق بين الإزاحة والمسافة المقطوعة؟، ومتى تكون المسافة المقطوعة تساوي مقدار الإزاحة؟

تُعّرف الإزاحة بأنها التغير في الموقع بالنسبة إلى نقطة مرجع، فإذا تحرك جسم من الموقع p_1 إلى الموقع p_2 كما في الشكل (2-1) فإن الإزاحة يُعّبر عنها بأنها التغير في الموقع، أي الموقع الثاني ناقصاً الموقع الأول. وكما أشرنا في الباب الأول، يحدد الموقع بكمية بُعدِه واتجاهه عن نقطة المرجع.



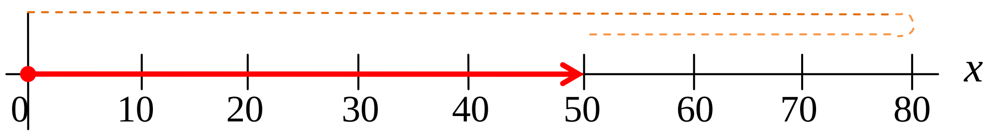
الشكل (2-1)

فإذا كان الموقع الأول هو x_1 ، والموقع الثاني هو x_2 ، فإن الإزاحة هي المسافة بين النقطتين p_1 و p_2 ويُعّبر عنها رياضياً،

$$\Delta x = x_2 - x_1 \qquad \text{.......................................} \ (1)$$

حيث الرمز Δ حرف يوناني كبير يسمى دلتا، وهو يشير إلى التغير في كمية ما، ويحسب بطرح الكمية الابتدائية من الكمية النهائية.

Examples 1 A person walks 80 m east,then 30 m west. Find its displacement and the distance traveled.	**مثال 1** يسير شخص 80 m إلى الشرق، ثم 30 m إلى الغرب. أوجد إزاحتة والمسافة الكلية التي سارها

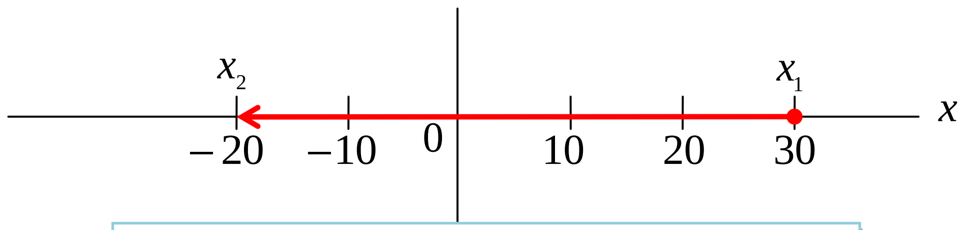


الشكل (2-2)

إذا اعتبرنا نقطة الأصل هي نقطة المرجع، نقول إن إزاحة الشخص تساوي 50 m إلى الشرق. بينما المسافة الكلية التي سارها الشخص تساوي 110 m. الشكل (2-2) يبين المسافة الكلية المقطوعة بالخط المنقط، والإزاحة بالخط الأحمر الداكن.

<u>مثال 2</u> نملة صغير موضوعة على ورقة رسم بياني بدأت الحركة على محور x من الموقع $x_1 = 30\ \text{cm}$ وسارت إلى الغرب إلى أن وصلت إلى الموقع $x_2 = -20\ \text{cm}$ كما في الشكل (2-3).
أوجد إزاحة النملة والمسافة قطعتها

<u>Examples 2</u> A small ant starts at $x_1 = 30\ \text{cm}$ on a piece of graph paper and walks along the x axis to $x_2 = -20\ \text{cm}$ as in Fig (2-3). What is the ant's displacement and the distance traveled.



الشكل (2-3) حركة النملة من الموقع x_1 إلى الموقع x_2

إذا اعتبرنا نقطة الأصل هي نقطة المرجع، نقول إن إزاحة النملة Δx تساوي،

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (-20)\,\text{m} - (30)\,\text{m} = -50\,\text{m}$$

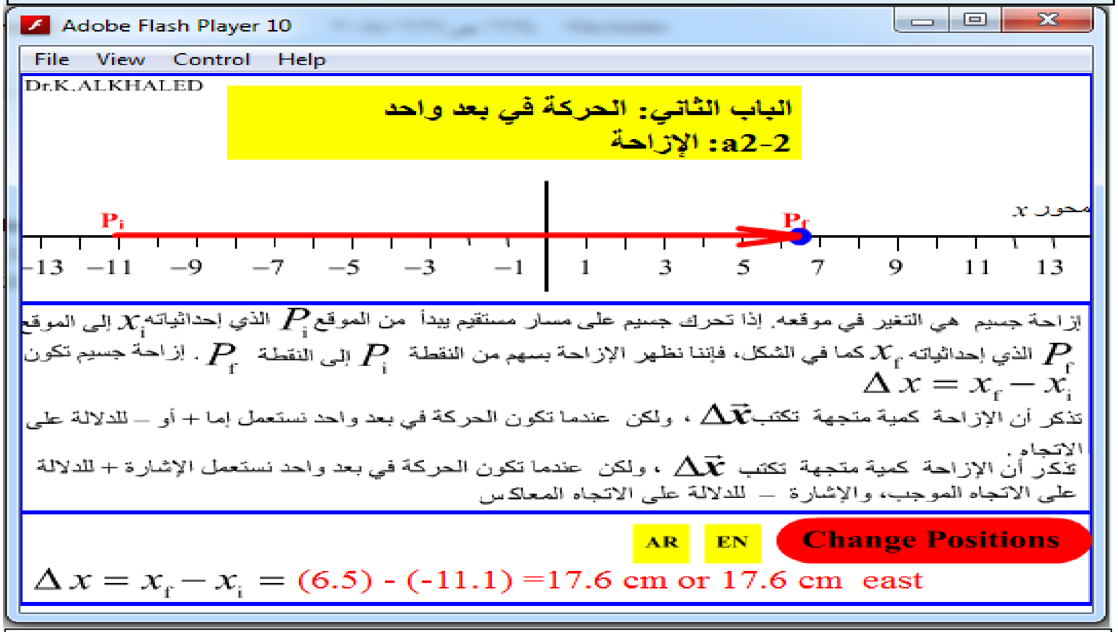
والمسافة االتي قطعتها تساوي 50 m. الشكل (2-3). كن حذراً في فهم هذا المثال، إن هذا لا يعني أن قيمة المسافة دائماً هي القيمة الموجبة للإزاحة، أو مقدار الإزاحة، وإنما هنا حالة خاصة ألا و هي أن الجسم استمر في الحركة على خط مستقيم بنفس الاتجاه. فلو فرضنا أن النملة رجعت من الموقع x_2 واستقرت عند نقطة الأصل، فتكون المسافة الكلية التي قطعتها تساوي 70 m، بينما تصبح إزاحتها عن نقطة البداية $-30\,\text{cm}$.

ولمزيدٍ من التوضيح ندعوك عزيزي الطالب للرجوع إلى <u>البرمجية الأولى</u> و<u>البرمجية الثانية</u> لهذا الباب.

البرمجية الأولى بعنوان: الازاحة displacement .

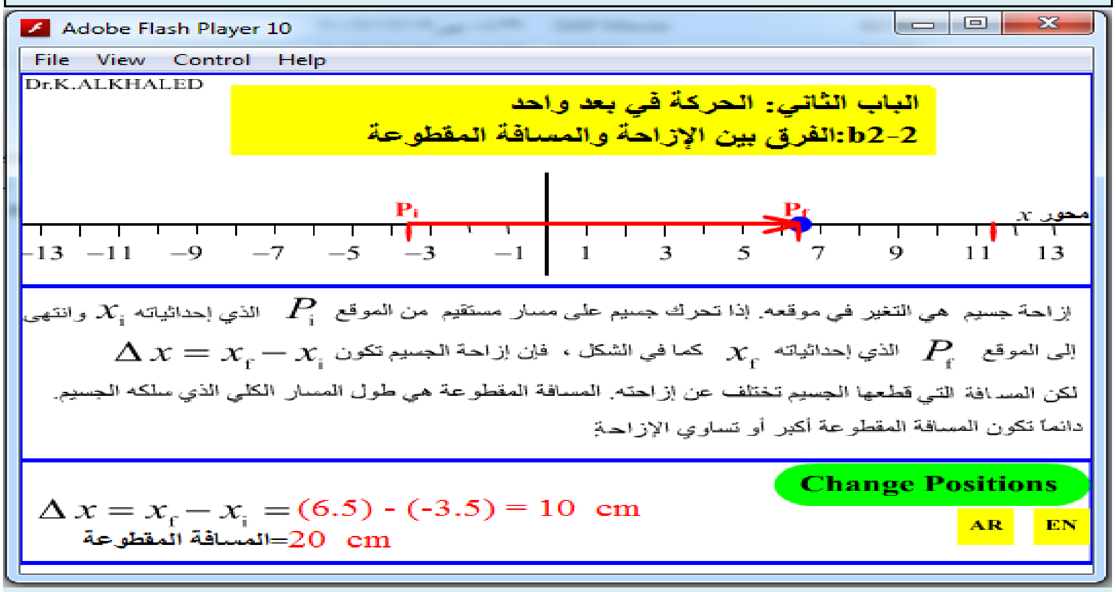
البرمجية الثانية بعنوان: الفرق بين الازاحة والمسافة المقطوعة displacement and distance traveled

صورة عن واجهة البرمجية الأولى و هي بعنوان الازاحة **displacement**



هذه صورة عن واجهة البرمجية الأولى. لاستعمال البرمجية الفعلية ما عليك فعله هو النقر على زر Change positions ثم مراقبة الحركة والنظر في حساب Δx . لقراءة النص في اللغة الانجليزية أنقر عل زر EN .

صورة عن واجهة البرمجية الثانية و هي بعنوان الفرق بين الازاحة والمسافة المقطوعة **displacement and distance traveled**



هذه صورة عن واجهة البرمجية الثانية. لاستعمال البرمجية الفعلية ما عليك فعله هو النقر على زر Change positions ثم مراقبة الحركة والنظر في حساب Δx وحساب المسافة المقطوعة. لقراءة النص في اللغة الانجليزية أنقر عل زر EN .

3-2: السرعة المتجهة Velocity والسرعة القياسية Speed

السرعة المتجهة velocity مفهوم فيزيائي يشير إلى علاقة الإزاحة الحاصلة لجسم ما والفاصل الزمني الذي حصلت فيه الإزاحة. وهناك مفهومان يندرجان تحت مفهوم السرعة المتجه هما، متوسط السرعة المتجهة $\vec{\bar{v}}$ average velocity ، والسرعة المتجهة اللحظية $\vec{v}$ instantaneous velocity، ولأن دراستنا ستكون في بعد واحد كما اتفقنا، سنكتفي بحساب المقادير، وسنضع الرموز دون الإشارة إلى الاتجاه، لأن الاتجاه يكون محدداً مسبقاً، وسنقول متوسط السرعة المتجهة $\bar{v}$ والسرعة اللحظية المتجهة v للدلالة على المعنى الصحيح.

يكمن الفرق بين متوسط السرعة المتجهة، والسرعة اللحظية المتجهة في الفاصل الزمني الذي حصلت خلاله الإزاحة، فإذا كان الفاصل الزمني الذي حصلت خلاله الإزاحة ليس صغيراً جداً فإن قسمة الإزاحة على الفاصل الزمني الذي حصلت فيه الإزاحة ينتج متوسط السرعة المتجهة،

$$average\ velocity \quad \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

فإذا كنت تسير على طول خط مستقيم وقطعت مسافة $120\,\mathrm{m}$ إلى الشرق في عشر ثواني فأن مقدار متوسط سرعتك المتجهة يساوي $12\ \mathrm{m/s}$ إلى الشرق. ولكن ذلك لا يعني أن سرعتك المتجهة كانت $12\ \mathrm{m/s}$ عند كل المواقع التي مررت بها. فإذا أردت أن تعرف سرعتك المتجهة عند لحظة زمنية معينة يجب أن يكون الفاصل الزمني صغيراً جداً، فإذا كان الفاصل الزمني الذي حصلت فيه الإزاحة صغير جداً ويقترب من الصفر فإن قسمة الإزاحة على الفاصل الزمني الذي حصلت فيه الإزاحة ينتج السرعة اللحظية المتجهة instantaneous velocity،

$$instantaneous\ velocity \quad v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

وبلغة التفاضل في الرياضيات فإن هذه القيمة تسمى مشتقة الإزاحة بالنسبة للزمن، وتكتب،

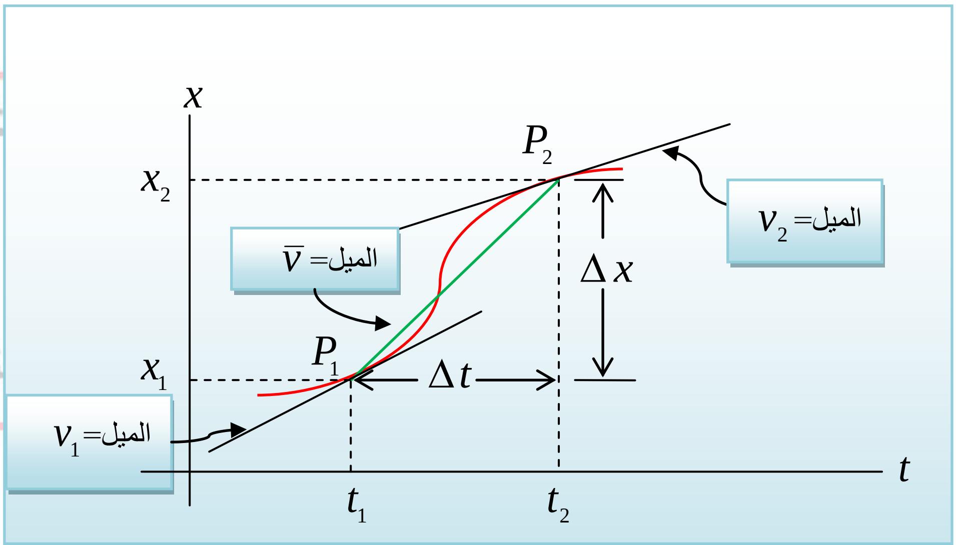
$$instantaneous\ velocity \quad v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d\,x}{dt}$$

لتوضيح ذلك من خلال الرسم البياني، افترض أن جسماً يسير على المحور x وكان في لحظة زمنية t_1 عند النقطة P_1 ، وتم وصف موقعه على أنه x_1 . وبدأ الحركة بأسلوب عشوائي، وبعد انقضاء فاصل زمني Δt أصبح الجسم في اللحظة الزمنية t_2 عند النقطة P_2 ، وتم وصف موقعه على أنه x_2 الشكل (2-4). إن الإزاحة التي حصلت للجسم خلال الفاصل الزمني

$\Delta t = t_2 - t_1$ هـي $\Delta x = x_2 - x_1$ بغض النظر عن المسار الذي سلكه الجسم، لاحظ من الشكل أن مقدار الإزاحة أقل من طول المسار بين النقطتين P_1 و P_2 . أن متوسط السرعة المتجه خلال هذا الفاصل الزمن،

$$average\ velocity \quad \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

ومن خلال الرسم فإن متوسط السرعة المتجه يكون ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين P_1 و P_2 المرسوم باللون الأخضر.



الشكل (2-4) رسم بياني للموقع مع الزمن.حيث يمكن من خلالة حساب متوسط السرعة خلال الفترة الزمنية t_1 إلى t_2 عن طريق حساب ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين P_1 و P_2 . أما السرعة المتجهة اللحظية عند أي نقطة فيمكن حسابها عن طريق إيجاد ميل المماس عند تلك النقطة.

بينما السرعة اللحظية المتجهة عند الزمن t_1 تكون v_1، ويمثلها ميل المماس عند النقطة P_1.

والسرعة اللحظية المتجهة عند الزمن t_2 تكون v_2، ويمثلها ميل المماس عند النقطة P_2.

(إن كلمة ميل slope التي تستعمل في كتب الفيزياء ليس لها علاقة بظل زاوية الميلان، وإنما تساوي النسبة بين التغير في بيانات موضوعة على المحور العمودي والتغير في بيانات موضوعة على المحور الأفقي).

أما السرعة القياسية speed فهي مفهوم فيزيائي يشير إلى علاقة المسافة s التي قطعها جسم ما والزمن الذي استغرقه الجسم في قطع تلك المسافة، فإذا كان الفاصل الزمني Δt

الذي حصل خلاله قطع المسافة s ليس صغيراً جداً فإن قسمة المسافة على الفاصل الزمني ينتج متوسط السرعة القياسية average speed

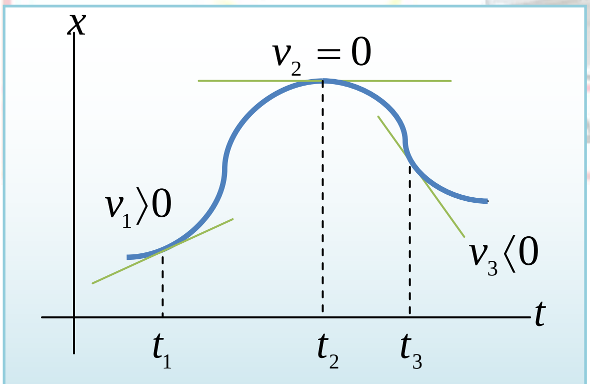
$$\text{average speed} \quad v = \frac{s}{\Delta t} \qquad .... (4)$$

فإذا كنت تسير على طول خط مستقيم وقطعت مسافة $120\,\text{m}$ إلى الشرق في عشر ثواني، ثم قطعت $80\,\text{m}$ إلى الغرب في عشر ثوانٍ أخرى فأن مقدار إزاحتك تساوي $40\,\text{m}$، أما المسافة التي قطعتها فتساوي $200\,\text{m}$، ولذلك يكون متوسط سرعتك القياسية يساوي $\frac{200\,\text{m}}{20\,\text{s}}$ ، أي $10\,\text{m/s}$، ومتوسط سرعتك المتجهة يساوي $\frac{40\,\text{m}}{20\,\text{s}}$ أي $2\,\text{m/s}$.

إن ذلك لا يعني أن سرعتك القياسية كانت $10\,\text{m/s}$ عند كل المواقع التي مررت بها، وليس $12\,\text{m/s}$، ولا $8\,\text{m/s}$. فإذا أردت أن تعرف سرعتك القياسية عند لحظة زمنية معينة يجب أن يكون الفاصل الزمني صغيراً جداً، فإذا كان الفاصل الزمني الذي حصل فيه قطع المسافة صغير جداً ويقترب من الصفر فإن قسمة المسافة المقطوعة على الفاصل الزمني الذي حصل خلاله قطع المسافة ينتج السرعة اللحظية القياسية instantaneous speed،

إن متوسط السرعة المتجهة $\bar{v}$ يمكن أن تكون موجبة أو سالبة أو صفر وذلك تبعاً لقيمة Δx_1

والسرعة اللحظية المتجهة أيضاً يمكن أن تكون موجبة، أو سالبة، أو صفر تبعاً لميل المماس كما هو موضح في الشكل (2-5). فالسرعة اللحظية المتجهة عند الزمن t_1 تكون موجبة لأن ميل المماس موجب، أما عند الزمن t_2 فتكون صفراً لأن ميل المماس يساوي صفر، وعند الزمن t_3 تكون سالبة لأن ميل المماس سالب.



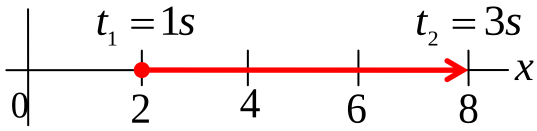
الشكل (2-5) رسم بياني توضيحي يمثل العلاقة بين الموقع والزمن ومبيناً تغير السرعة اللحظية.

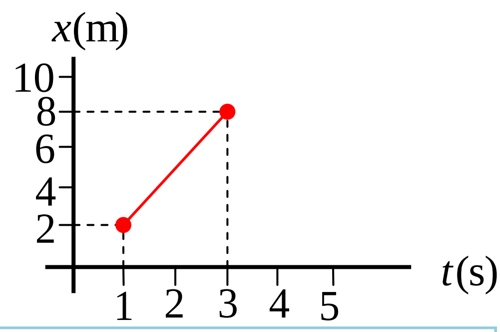
إن السرعة اللحظية القياسية instantaneous speed تساوي مقدار السرعة اللحظية المتجهة instantaneous velocity وبالتالي لا يمكن أن تكون قيمة السرعة اللحظية القياسية سالبة. ولتوضيح ذلك نفترض أن سيارتين تسيران باتجاهين مختلفين، الأولى إلى الشرق، والثانية إلى الغرب، وفي لحظة زمنية كانت قراءة عداد السرعة لكلٍ منهما 50 km/h. إن هذا يعني أن السرعة اللحظية القياسية لكلٍ منهما متساوية. بينما السرعة اللحظية المتجهة للأولى هي 50 km/h ، وللثانية 50 km/h– لأنها تسير إلى الغرب.

أما متوسط السرعة القياسية فلا يمكن أن يساوي مقدار متوسط السرعة المتجهة لأن ذلك مرتبط بالاختلاف بين مفهومي المسافة المقطوعة والإزاحة، فالسبّاح الذي يقطع ذهاباً وإياباً حوض السباحة الذي طوله 50 m بزمن قدره 49 s يكون متوسط سرعة القياسية 2.04 m/s، بينما يكون متوسط سرعته الاتجاهية صفراً، لأن إزاحته صفراً، فهو بدأ من نقطة وعاد إليها.

للاختصار، سوف نبدأ من هنا باستعمال كلمة **السرعة القياسية speed** للدلالة على السرعة اللحظية القياسية instantaneous speed.وكلمة **السرعة المتجهة velocity** للدلالة على السرعة اللحظية المتجهة instantaneous velocity.

Examples 3 A particle moving along the x axis. At time $t_1 = 1\text{s}$ its position is $x_1 = 2\,\text{m}$, and at time $t_2 = 3\text{s}$ its position is $x_2 = 8\,\text{m}$ as in Fig (2-6). Find its displacement and average velocity during this time interval.	**مثال 3** جسيم يسير على محور x . عند الزمن $t_1 = 1\text{s}$ كان موقعه $x_1 = 2\,\text{m}$ ، وعند الزمن $t_2 = 3\text{s}$ كان موقعه $x_2 = 8\,\text{m}$. كما في الشكل (2-6). أوجد إزاحة الجسيم، ومتوسط سرعته خلال هذه الفترة الزمنية.





الشكل (b6-2) الشكل (a6-2)

الشكل(2-6) (a) رسم بياني يبين موقع الجسيم مع الزمن عند نقطتين فقط. (b) موقع الجسيم وإزاحته على الخط المستقيم على اعتبار أن نقطة الصفر هي نقطة المرجع.

إزاحة الجسيم ،

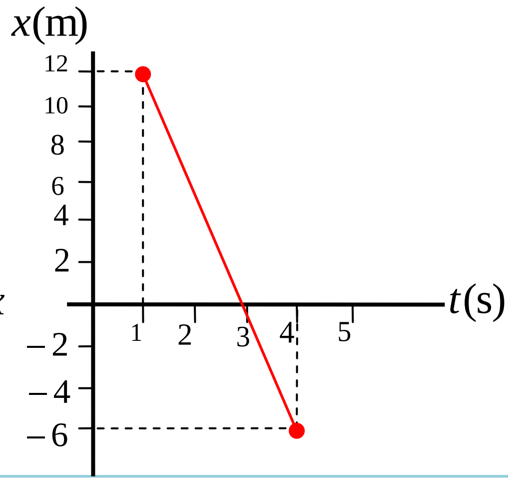
$$\Delta x = x_2 - x_1 = 8 - 2 = 6\text{m}$$

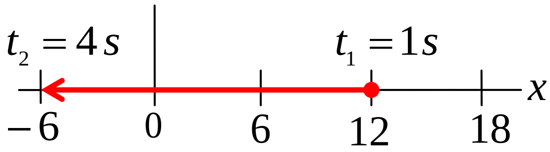
متوسط السرعة ،

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6\,\text{m}}{2\,\text{s}} = 3\,\text{m/s}$$

مثال 4 في المثال3، إذا كان $x_1 = 12\,\text{m}$ عند $t_1 = 1\text{s}$ و $x_2 = -6\,\text{m}$ عند $t_2 = 4\text{s}$. كما في الشكل(2-7). أوجد إزاحة الجسيم، ومتوسط سرعته خلال الفترة الزمنية.

Examples 4 In example 3 if $x_1 = 12\,\text{m}$ at $t_1 = 1\text{s}$ and $x_2 = -6\,\text{m}$ at $t_2 = 4\text{s}$ as in Fig (2-7). Find the particle displacement and its average velocity during this time interval.





الشكل (2-7a) الشكل (2-7b)

الشكل(2-7) (a) رسم بياني يبين موقع الجسيم مع الزمن عند نقطتين فقط. (b) موقع الجسيم وإزاحته على الخط المستقيم على اعتبار أن نقطة الصفر هي نقطة المرجع.

إزاحة الجسيم ،

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (-6) - (12) = -18\text{m}$$

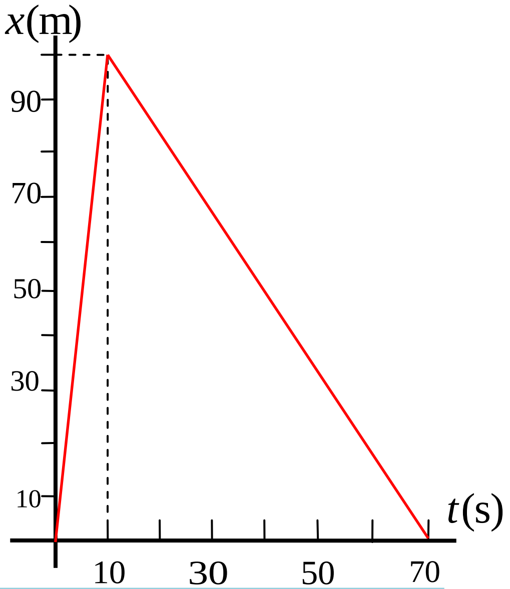
متوسط السرعة ،

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-18\,\text{m}}{3\text{s}} = -6\,\text{m/s}$$

إن إشارة السالب تعني أن الاتجاه إلى اليسار . لاحظ أن اتجاه متوسط السرعة يكون بنفس اتجاه الإزاحة.

Examples 5 A sport man runs 100m in 10s and then walks back in 1min. What are the average speed and the average velocity for each part of this motion and for the complete motion?

مثال5 رجل رياضي ركض 100m في 10s ثم عاد ماشياً للنقطة التي بدأ منها في دقيقة. ما متوسط سرعته المتجهة ومتوسط سرعته القياسية في كل جزء من جزئي حركته، وفي كامل حركته ؟



الشكل (2-8)
رسم بياني لموقع الجسم مع الزمن، ويمثل الحركة ذهاباً وإياباً.

الرسم البياني الذي يمثل حركة الرجل الرياضي مبين في الشكل (2-8) .

متوسط سرعته المتجهة خلال الركض $\bar{v}_{\mathrm{R}}$

$$\bar{v}_{\mathrm{R}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10\ \mathrm{m/s}$$

وهذه القيمة هي نفسها متوسط السرعة القياسية، لأن المسافة المقطوعة تساوي مقدار الإزاحة طالما أن الاتجاه لم يتغير.

متوسط سرعته المتجهة خلال العودة ماشياً $\bar{v}_{\mathrm{W}}$.

$$\bar{v}_{\mathrm{W}} = \frac{-100}{60} = -1.66\,\mathrm{m/s}$$

أما متوسط السرعة القياسية خلال العودة ماشياً فيساوي 1.66 m/s، والسبب هو أن المسافة المقطوعة تساوي (100 m).

متوسط السرعة المتجهة خلال كامل الرحلة تساوي صفراً، والسبب هو أن الإزاحة تساوي صفر، فالرجل عاد إلى نفس النقطة التي انطلق منها.

متوسط السرعة القياسية خلال كامل الرحلة تساوي مجموع المسافة المقطوعة (200m) مقسومة على كامل الزمن الذي استغرقه الرجل في قطعها (70s)، وبالتالي فإن

$$\text{متوسط السرعة القياسية} = \frac{200}{70} = 2.86\,\mathrm{m/s}$$

Examples 6 The position of a particle moving along the x axis varies in time. The position is measured at 0.5s intervals and is tabulated below.

t(s)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
x(cm)	0	2	6	12	20	30

(I) Plot a position-time graph for the particle motion.
(II) Complete the table by finding the displacement and average velocity during each time interval.
(III) Find the instantaneous velocity at $t = 1.7\,\text{s}$.

مثال 6 يتحرك جسم على محور x فيتغير موقعه مع الزمن. تم رصد الموقع كل نصف ثانية، ووضعت البيانات في الجدول التالي

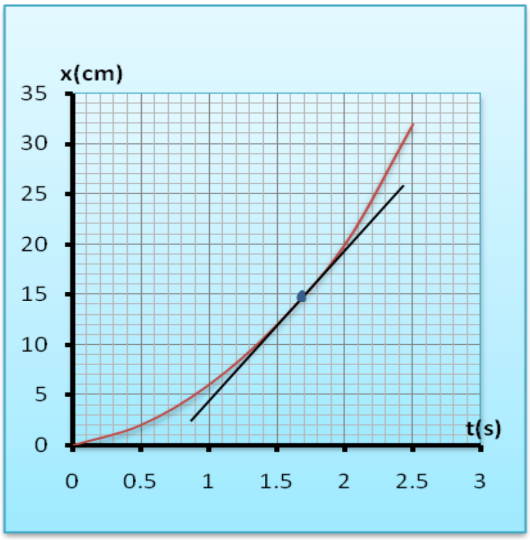
t(s)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
x(cm)	0	2	6	12	20	30

(I) أرسم بيانياً العلاقة بين الموقع والزمن.
(II) أكمل الجدول بإيجاد الإزاحة ومتوسط السرعة كل فترة زمنية.
(III) أوجد سرعة الجسم عند اللحظة الزمنية $t = 1.7\,\text{s}$.

(I) الرسم البياني للعلاقة ما بين الموقع والزمن مبين في الشكل (2-9).
(II) تم حساب الإزاحة بطرح مقدار الموقع السابق من مقدار الموقع التالي خلال كل فترة زمنية، وتم تسجيل الإزاحة ومتوسط السرعة في الصف الذي يتوسط المقدارين. الجدول (2-1)

جدول (2-1) موقع الجسم كل 0.5s، والإزاحة ومتوسط السرعة خلال كل فترة

t(s)	x(cm)	Δx(cm)	$\bar{v}$ (cm/s)
0.0	0.0	--	--
		2.0	4.0
0.5	2.0		
		4.0	8.0
1.0	6.0		
		6.0	12.0
1.5	12.0		
		8.0	16.0
2.0	20.0		
		10.0	20.0
2.5	30.0	--	--



شكل (2-9) رسم بياني يمثل العلاقة بين الموقع والزمن x-t graph

(III) لحساب السرعة اللحظية عند الزمن $t = 1.7\,\text{s}$ نحسب ميل المماس عن طريق أخذ أي نقطتين على المماس نفسه، ويفضل أن تكون النقطتين متباعدتين، مثل (25,2.4) و (7,1.2) ،

$$v_{t=1.7} = \frac{25-7}{2.4-1.2} = 15\,\text{cm/s}$$

مثال 7 سيارة تحركت 25km إلى الشرق ثم 75km إلى الغرب في ساعتين. ما المسافة التي قطعتها السيارة؟ ما الإزاحة التي انزاحتها السيارة؟ ما متوسط السرعة القياسية للسيارة بوحدة km/h، وبوحدة m/s؟ ما متوسط السرعة المتجهة للسيارة بوحدة km/h، وبوحدة m/s ؟	**Example 7** A car moved 25km East then 75km West in 2 hours. What is the distance traveled? What is its displacement? What is its average speed in km/h, and in m/s? What is its average velocity in km/h, and in m/s?

الحل: كتابة الحل ستكون بشكل سريع على أمل أن تكون المفاهيم أصبحت واضحة.

المسافة التي قطعتها السيارة تساوي 100km.

الإزاحة التي انزاحتها السيارة 50km إلى الغرب، أي 50km– .

متوسط السرعة القياسية للسيارة تساوي 50km/h ، وتساوي 13.89m/s.

متوسط السرعة المتجهة للسيارة 25km/h إلى الغرب، أي 25km/h- . وتساوي 6.9m/s–.

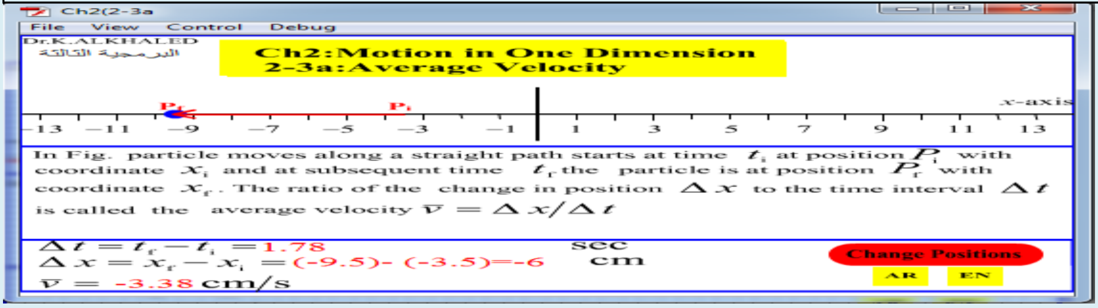
ولمزيدٍ من التوضيح ندعوك عزيزي الطالب للرجوع إلى البرمجية الثالثة، والبرمجية الرابعة، والبرمجية الخامسة لهذا الباب وذلك بالنقر على أي منهما.

البرمجية الثالثة بعنوان: متوسط السرعة المتجهة average velocity .

البرمجية الرابعة بعنوان: متوسط السرعة المتجهة ومتوسط السرعة القياسية average velocity and average speed

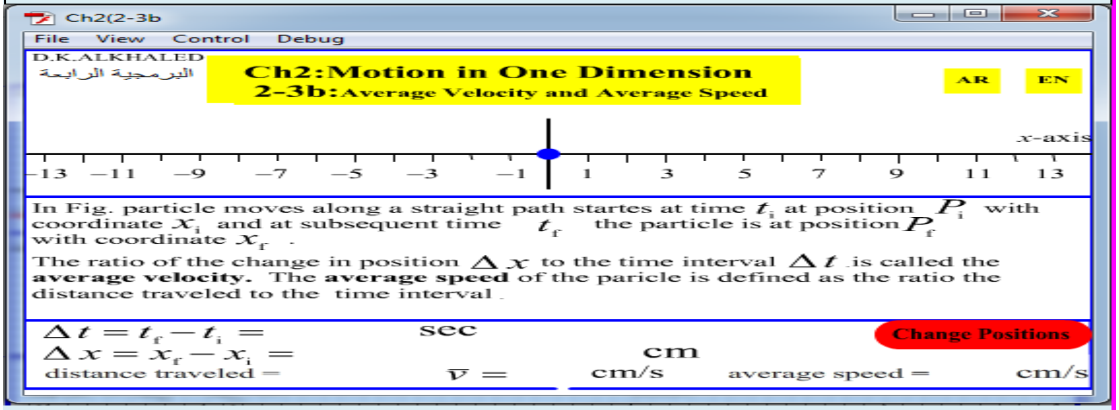
البرمجية الخامسة بعنوان: السرعة اللحظية المتجهة instantaneous velocity.

صورة عن واجهة البرمجية الثالثة وهي بعنوان متوسط السرعة المتجهة **average velocity**



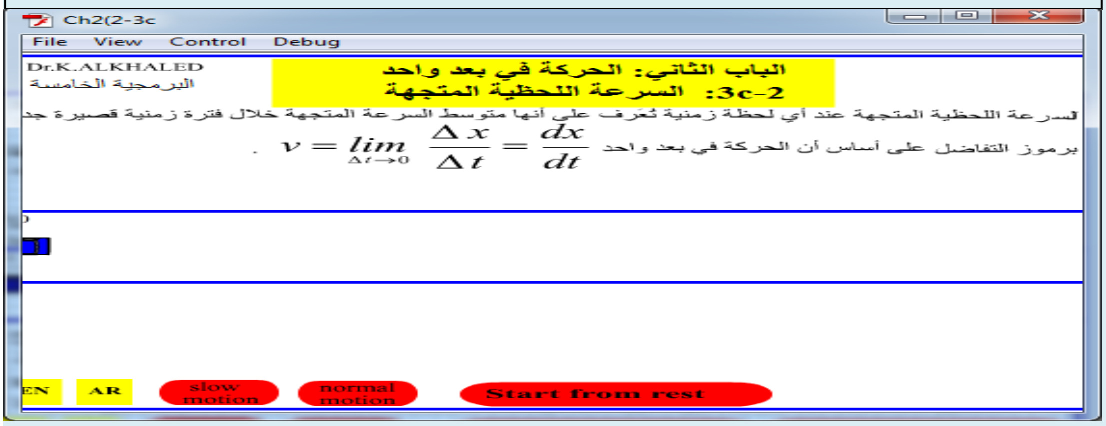
هذه صورة عن واجهة البرمجية الثالثة . لاستعمال البرمجية الفعلية ما عليك فعله هو النقر على زر Change positions ثم مراقبة الحركة والنظر في حساب Δx و $\bar{v}$.

صورة عن واجهة البرمجية الرابعة وهي بعنوان متوسط السرعة المتجهة ومتوسط السرعة القياسية **average velocity and average speed**



هذه صورة عن واجهة البرمجية الرابعة . لاستعمال البرمجية الفعلية ما عليك فعله هو النقر على زر Change positions ثم مراقبة الحركة والنظر في حساب Δx و $\bar{v}$ و **average speed** .

صورة عن واجهة البرمجية الخامسة وهي بعنوان السرعة اللحظية المتجهة **instantaneous velocity**



هذه صورة عن واجهة البرمجية الخامسة . لاستعمال البرمجية الفعلية ما عليك فعله هو النقر على زر start from rest ثم مراقبة الحركة والنظر فيها ثم الانتقال إلى زر Go to data and graph لإدراك مفهوم السرعة اللحظية المتجهة instantaneous velocity .

4-2: التسارع Acceleration

عندما تتغير السرعة المتجهة لجسم ما مع الزمن نقول إن الجسم يتسارع، فالتسارع مفهوم فيزيائي يصف تغير السرعة المتجهة مع الزمن، وهو كمية متجهة، وعندما تكون حركة الجسم في خط مستقيم، يكون للتسارع مركبة واحدة باتجاه الحركة فقط. وحدة التسارع هي وحدة سرعة مقسومة على وحدة زمن، وبالتالي تكون وحدة التسارع هي متر لكل ثانية تربيع m/s^2.

ويندرج تحت مفهوم التسارع مفهومان هما، متوسط التسارع $\vec{\bar{a}}$ average acceleration، والتسارع اللحظي $\vec{a}$ instantaneous acceleration،

ولأن دراستنا ستكون في بعد واحد كما اتفقنا، ستكتفي بحساب المقادير، وسنضع الرموز دون الإشارة إلى الاتجاه، وسنقول متوسط التسارع $\bar{a}$، والتسارع اللحظي a، وسنتبع نفس نظام الإشارات التي تكلمنا عنه . ولَكَ الخيار أن تتبع العكس إذا لزم الأمر.

إذا كان الفاصل الزمني الذي حصل خلاله التغير في السرعة المتجهة ليس صغيراً جداً فإن قسمة التغير في السرعة المتجهة على الفاصل الزمني الذي حصل فيه التغير ينتج متوسط التسارع،

$$average\ acceleration \quad \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \qquad ....(5)$$

أما إذا كان الفاصل الزمني الذي حصل فيه التغير في السرعة المتجهة صغير جداً ويقترب من الصفر فإن قسمة التغير في السرعة المتجهة على الفاصل الزمني الذي حصل فيه التغير ينتج التسارع اللحظي instantaneous acceleration،

$$instantaneous\ acceleration \quad a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad ....\ (6)$$

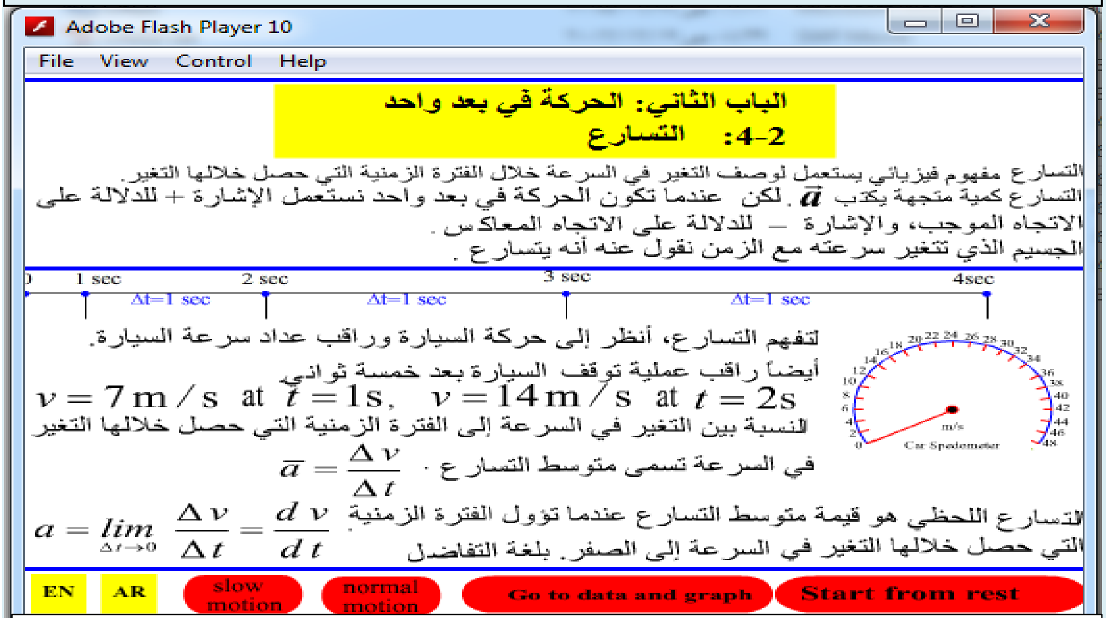
وبلغة التفاضل في الرياضيات فإن هذه القيمة تسمى مشتقة السرعة المتجهة بالنسبة للزمن، أو المشتقة الثانية للإزاحة بالنسبة للزمن، وتكتب،

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad ....\ (7)$$

وللاختصار، فإننا سنستعمل كلمة التسارع للدلالة على التسارع اللحظي. أما إذا كنا نتكلم عن متوسط التسارع فسنشير إلى ذلك في حينه بالرمز $\bar{a}$.

ولمزيدٍ من التوضيح حول مفهوم التسارع ندعوك عزيزي الطالب للرجوع إلى البرمجة السادسة لهذا الباب. وهي بعنوان: التسارع acceleration .

صورة عن واجهة البرمجية السادسة وهي بعنوان التسارع **acceleration**



هذه صورة عن واجهة البرمجية السادسة . لاستعمال البرمجية الفعلية ما عليك فعله هو النقر على زر start from rest ثم مراقبة الحركة والنظر فيها ثم الانتقال إلى زر Go to data and graph لإدراك مفهوم التسارع acceleration .

2-5: الحركة بتسارع ثابت Motion at Constant Acceleration

إذا كانت الحركة تتم بتسارع ثابت (منتظم) فإن متوسط التسارع يكون نفسه التسارع اللحظي، وسنستعمل كلمة تسارع والرمز a في هذه الحالة. ونكتب المعادلة (5) على الصورة،

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

وبإعادة ترتيب المعادلة من أجل كتابتها على الصورة العامة المتفق عليها في كتب الفيزياء،

$$v_2 = v_1 + a(t_2 - t_1) \quad \text{أو} \quad v_2 = v_1 + a\,\Delta t \quad .... (8)$$

إن هذه المعادلة حصلنا عليها من خلال تعريف مفهوم التسارع. وهي تصف حركة جسم ما على خط مستقيم مبتدأً الحركة بتسارع ثابت a من النقطة 1 عند الزمن المرموز له بالرمز t_1 بسرعة متجهة نرمز لها بالرمز v_1 ومنهياً حركته بعد انقضاء فاصل زمني عند النقطة 2

ليصبح الزمن عند هذه النقطة t_2 والسرعة المتجهة v_2. ولكن عادةً يكون عد الزمن من الصفر، أي أننا نعتبر $t_1 = 0$ وبالتالي نكتب المعادلة على الشكل،

$$v_2 = v_1 + a t_2$$

وأيضاً نستطيع كتابة المعادلة (8) على شكل دالة أو اقتران بدلالة الزمن لحساب السرعة المتجهة للجسم عند أي زمن t ،

$$v(t) = v_1 + a t \quad .... (9)$$

هذه المعادلة اقتران أو دالة بدلالة الزمن.

وزيادة في وصف الحركة لا بد من حساب إزاحة الجسم المتحرك Δx. إن باستطاعتنا حساب الإزاحة بطريقتين، الأولى باستخدام مفهوم متوسط السرعة ، والثانية باستخدام حساب التفاضل والتكامل، وسنورد الاثنتين معاً.

الطريقة الأولى :

بما أن السرعة تتغير بانتظام مع الزمن فبإمكاننا مساواة متوسط السرعة $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ بالمتوسط الحسابي للسرعتين $\dfrac{v_1 + v_2}{2}$،

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad .... (10)$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + (v_1 + a\,\Delta t)}{2}$$

وبترتيب المعادلة نحصل على الإزاحة ،

$$\Delta x = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$x_2 - x_1 = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

الطريقة الثانية :

من تعريف السرعة،

$$v = \frac{dx}{dt}$$

وبصيغة التكامل،

$$\int_{x=x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v\, dt$$

وباستخدام السرعة كاقتران بدلالة الزمن،

$$\int_{x=x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} (v_1 + a t)\, dt$$

وبإجراء التكامل نحصل على،

$$x_2 - x_1 = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

لقد حصلنا في الطريقتين على نفس النتيجة وهي،

$$x_2 - x_1 = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \quad .... (11)$$

حيث x_1 تمثل الموقع عند بدء وصف الحركة حين كانت سرعته v_1، و x_2 تمثل الموقع بعد فاصل زمني Δt

الآن أصبح لدينا ثلاث معادلات لوصف الحركة، هما المعادلة (8)، والمعادلة (10) ،والمعادلة (11) . ويمكن الحصول منهما على معادلة ثالثة لا تحتوي على متغير الزمن. فمن المعادلة (8) نحصل على Δt،

$$\Delta t = \frac{v_2 - v_1}{a}$$

ونعوضه إما في المعادلة (10)، أو في المعادلة (11). فإذا اخترنا التعويض في المعادلة (11) نحصل على،

$$x_2 - x_1 = v_1\left(\frac{v_2 - v_1}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v_2 - v_1}{a}\right)^2$$

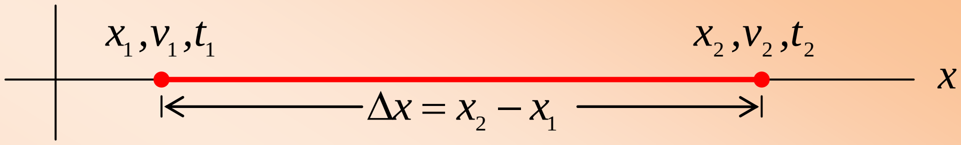
وبترتيب هذه المعادلة، نحصل على معادلة مفيدة لوصف الحركة،

$$v_2^{\,2} = v_1^{\,2} + 2a(x_2 - x_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

حيث يمكن من هذه المعادلة وصف الحركة من خلال توقع سرعة جسم بدلالة الإزاحة .

أصبح لدينا الآن أربع معادلات تصف الحركة بخط مستقيم عندما يكون التسارع ثابتاً، وهذه المعادلات تربط بين أربع كميات فيزيائية، هي، الإزاحة، والسرعة المتجهة، والتسارع، والزمن. ونعيد كتابتها مجمعةً في مكانٍ واحد، ومرتبةً حسب أهمية الاستعمال وذلك لتسهيل الرجوع إليها ، واختيار المناسب منها حسب البيانات المعطاة في المسألة.

تذكر دائماً أن هذه المعادلات تستعمل في حالة التسارع الثابت، وتذكر أيضاً أن x تمثل الموقع وليس المسافة، وأن $x_2 - x_1$ تمثل الإزاحة Δx، وأن Δt تمثل الزمن المنقضي على بدء الحركة من الموقع x_1 بسرعة v_1 للوصول للموقع x_2 بسرعة v_2. يمكن أن نضع t بدل Δt إذا اعتبرنا أن عد الزمن يبدأ من الصفر.



$$v_2 = v_1 + a\,\Delta t \qquad \text{............................ (13 a)}$$

$$x_2 - x_1 = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \qquad \text{................ (13 b)}$$

$$v_2^{\,2} = v_1^{\,2} + 2a(x_2 - x_1) \qquad \text{................ (13 c)}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \qquad \text{........................ (13 d)}$$

معادلات وصف حركة جسم يسير بتسارع ثابت على خط مستقيم.

ملاحظة: سنورد الكثير من الأمثلة بعد دراسة البند السادس.

6-2: سقوط الأجسام الحر Freely Falling Objects

يعد السقوط الحر للأجسام بالقرب من سطح الأرض من أهم الأمثلة على الحركة بخط مستقيم بتسارع ثابت. إن هذه الحركة تتم تحت تأثير الجاذبية الأرضية، وقد سيطرت حيرة هذه الحركة على عقول العلماء والفلاسفة القدماء إلى أن قام الفيلسوف اليوناني القديم أرسطو Aristotle بوضع وصف لهذه الحركة ينص على أن الأجسام الثقيلة تسقط أسرع من الأجسام الخفيفة، وقد شكلت نظرية أرسطو هذه مرجعية في التفكير الفيزيائي طيلة الفترة الممتدة من القرن الرابع قبل الميلاد إلى القرن السابع عشر بعد الميلاد إلى أن قام العالم الإيطالي جاليليو Galileo بإثبات خطأ نظرية أرسطو بطريقة عملية من خلال تجارب عديدة أشهرها تجربة برج بيزا المائل حيث قال بأن الأجسام تسقط بتسارع لا يعتمد على الوزن بغياب مقاومة الهواء. وأثبت أن المسافة h التي يقطعها الجسم الساقط تتناسب طردياً مع مربع الزمن t^2 الذي استغرقه الجسم في قطع المسافة h. ونحن نستطيع الآن ملاحظة ذلك من خلال المعادلة (13 b)؛ لكن لا بد من الإشارة إلى أن جاليليو Galileo كان أول من تطرق إلى ذلك.

لقد كان جاليليو Galileo محقاً في استثناء مقاومة الهواء حينما قال بأن الأجسام تسقط بتسارع لا يعتمد على الوزن بغياب مقاومة الهواء، لأن مقاومة الهواء تؤثر على الأجسام الخفيفة ذات المساحة الواسعة، أو ربما إذا كان الهواء متحركاً فإن حركته تؤثر على حركة ريشة خفيفة.

ونحن نلاحظ ذلك في حياتنا اليومية، فإذا وضع أحدنا ورقة في يد (قطعة من رقائق الألمنيوم)، وعملة معدنية في اليد الأخرى، وأفلتناهما معاً بنفس اللحظة كما في الشكل (2-10)، فإن القطعة المعدنية تصل إلى الأرض أولاً. ولكن إذا كُعبِلَت القطعة الرقيقة وأعيدت التجربة، فسنلاحظ أنهما يصلان معاً الشكل (2-10).

الشكل (2-10) صورتان الأولى قطعة نقود معدنية وورقة المنيوم رقيقة تم إسقاطهما بنفس اللحظة، وفي الثانية تم إعادة الإسقاط بعد كعبلة ورقة الألمنيوم الرقيقة.

لقد ساهمت أفكار غاليليو في فهمنا لوصف حركة الأجسام في مجال الجاذبية الأرضية والتي يمكن إيجاز ها بالآتي:

أي جسم يتحرك صعوداً أو هبوطاً في مجال الجاذبية الأرضية بالقرب من سطح الأرض بغياب مقاومة الهواء سوف يتعرض لتسارع ثابت نسميه تسارع الجاذبية أو التسارع بفعل الجاذبية acceleration of gravity أو acceleration due to gravity، ونرمز له بالرمز g، اتجاهه للأسفل نحو مركز الأرض، ومقداره يساوي تقريباً $9.80\ m/s^2$.

إن الحركة في مجال الجاذبية الأرضية صعوداً أو هبوطاً تعد حركة في خط مستقيم على المحور y . فعندما يُطلب منا وصف الحركة هذه، فإننا نستطيع استعمال المعادلات (13) بإبدال x بـِ y . إضافة إلى أننا يجب أن نكون حذرين باستعمال نظام الإشارات، فإذا اعتبرنا أن محور y موجباً للأعلى، فإن التسارع يكون سالباً، فنضع $a=-g$ ، وبذلك تصبح المعادلات (13)،

$$v_2 = v_1 - g\,\Delta t \qquad \text{............................ (14 a)}$$

$$y_2 - y_1 = v_1\Delta t - \frac{1}{2} g\,(\Delta t)^2 \qquad \text{................ (14 b)}$$

$$v_2^{\,2} = v_1^{\,2} - 2\,g\,(y_2 - y_1) \qquad \text{................ (14 c)}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \qquad \text{....................... (14 d)}$$

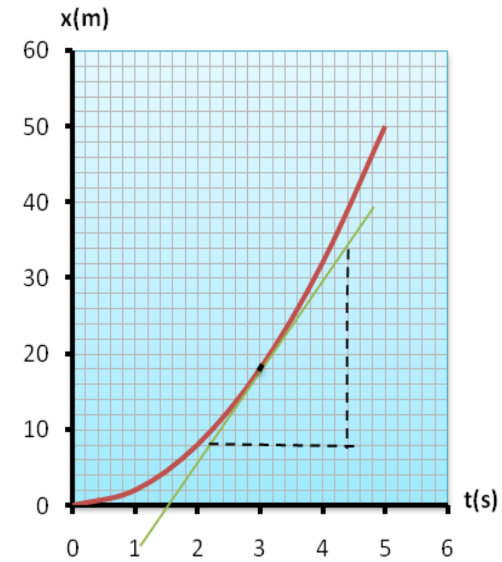
ويجب أن نكون حذرين في اختيار نقطة المرجع. وحذرين ومدركين أن اتجاه التسارع متضمن في هذه المعادلات، إذ يكفي تعوض قيمة g فقط، أي وضع $g = 9.8 \mathrm{m/s}^2$.

Examples 8 A car moves along an experimental track (call it the x axis and treat the car as if it were a particle). Its position varies with time according to the equation $x = At^2$, where x is in m, $A = 2\ \text{m/s}^2$, and t in s

(a) Draw the position time-graph.
(b) Find the velocity at any time.
(c) Find the velocity at $t = 2.6\,s$.

مثال 8 سيارة تسير على مسار تجريبي (اعتبر المسار محور x والسيارة جسيم). موقع السيارة يتغير حسب المعادلة $x = At^2$، حيث x بالمتر m، و $A = 2\ \text{m/s}^2$، و t بالثانية s.

(أ) أرسم بيانياً موقع السيارة مع الزمن.
(ب) أوجد السرعة المتجهة عند أي زمن.
(ج) أحسب السرعة المتجهة عند الزمن $t = 3.0\,s$.



الشكل (2-11): رسم بياني يمثل الموقع مع الزمن (x-t graph)

الحل (أ) الرسم البياني الذي يمثل الموقع مع الزمن مبين في الشكل (2-11).

(ب) السرعة المتجهة عند أي زمن هي السرعة اللحظية، ويمكن التعبير عنها من خلال إيجاد المشتقة الأولى للإزاحة بالنسبة للزمن، وتكون،

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2t^2) = 4t$$

(ج) بالتعويض $t = 3\,s$ نحصل على،

$$v_{t=3s} = 12\ \text{m/s}$$

ويمكن الحصول على هذه النتيجة من خلال إيجاد ميل المماس عند النقطة التي إحداثياتها (3,18). ونلاحظ أن ميل المماس عند هذه النقطة يساوي،

$$v \cong \frac{34-8}{4.4-2.2} = \frac{26\ \text{m}}{2.2\text{s}} \cong 12\,\text{m/s}$$

Examples 9 An object moves along the x axis. Its position varies with time according to the equation $x = (4t^3 + t^2 - 10)\text{m}$. (a) Find its position, velocity, and acceleration at $t = 0\text{s}$. And at $t = 2\text{s}$ (b) Find its displacement and average velocity during the time interval. $t = 0\text{s}$ to $t = 2\text{s}$. (c) Draw a graph of position versus time, velocity versus time, and acceleration versus time.

مثال 9 جسم يسير على محور x . يتغير موقعه حسب المعادلة $x = (4t^3 + t^2 - 10)\,\text{m}$. (أ) أوجد موقع الجسم، وسرعته، وتسارعه عند اللحظة الزمنية $t = 0\,\text{s}$. وعند اللحظة الزمنية $t = 2\,\text{s}$ (ب) أوجد إزاحة الجسم، ومتوسط سرعته بين الفترة الزمنية $t = 0\,\text{s}$ و $t = 2\,\text{s}$. (ج) أرسم بيانيا الموقع مع الزمن، السرعة مع الزمن، والتسارع مع الزمن.

الحل (أ) نعوض $t = 0\text{s}$ في معادلة الموقع فنحصل على الموقع عند هذا الزمن،

$$x_{t=0} = 4\times 0^3 + 0^2 - 10 = -10\text{m}$$

موقع الجسم عند الزمن $t = 0\text{s}$ يساوي -10m. أي إنه يبعد 10m إلى يسار نقطة الأصل. ولإيجاد موقعه عند الزمن $t = 2\,\text{s}$ نعوض $t = 2\text{s}$ في معادلة الموقع

فنحصل على الموقع عند هذا الزمن، $x_{t=2} = 4\times 2^3 + 2^2 - 10 = 26\text{ m}$

أي إنه يبعد 26 m إلى يمين نقطة الأصل.

إزاحة الجسم تساوي $26 - (-10) = 36\text{m}$

لحساب السرعة عند أي لحظة زمني نجد مشتقة الموقع بالنسبة للزمن.

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(4t^3 + t^2 - 10) = 12t^2 + 2t$$

لحساب السرعة عند الزمن $t = 0\text{s}$، نعوض في معادلة السرعة فنحصل على،

$$v_{t=0} = 12\times 0 + 2\times 0 = 0$$

أي إن سرعة الجسم عند الزمن $t = 0\text{s}$ تساوي 0.

لحساب السرعة عند الزمن $t = 2\text{s}$، نعوض في معادلة السرعة فنحصل على،

$$v_{t=2} = 12\times 2^2 + 2\times 2 = 52\,\text{m/s}$$

أي إن سرعة الجسم عند الزمن $t = 2\text{s}$ تساوي $52\,\text{m/s}$.

لحساب التسارع عند أي لحظة زمنية نجد مشتقة السرعة بالنسبة للزمن.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(12t^2 + 2t) = 24t + 2$$ (لاحظ هنا أن التسارع غيرثابت)

لحساب التسارع عند الزمن $t = 0\text{s}$، نعوض في معادلة التسارع فنحصل على،

$$a_{t=0} = 24 \times 0 + 2 = 2 \text{ m/s}^2$$

أي إن تتسارع الجسم عند الزمن $t = 0\text{s}$ تساوي 2 m/s^2.

لحساب التسارع عند الزمن $t = 2\text{s}$ ، نعوض في معادلة التسارع فنحصل على،

$$a_{t=2} = 24 \times 2 + 2 = 50 \text{ m/s}^2$$

أي إن تسارع الجسم عند الزمن $t = 2\text{s}$ تساوي 50 m/s^2.

(ب) إزاحة الجسم خلال الفترة الزمنية $t = 0\text{s}$ و $t = 2\text{s}$ هي Δx،

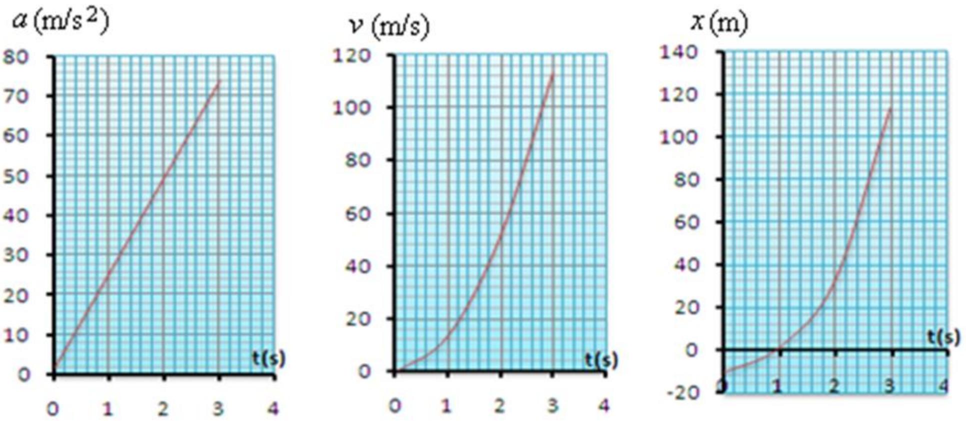
$$\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_{t=2} - \boldsymbol{x}_{t=0} = 26 - (-10) = 36 \text{ m}$$

متوسط سرعة الجسم خلال الفترة الزمنية $t = 0\text{s}$ و $t = 2\text{s}$ هي $\bar{v}$،

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{36}{2} = 18 \text{ m/s}$$

لاحظ أننا لا نستطيع استخدام المعادلة $\bar{v} = \frac{v_{t=2} + v_{t=0}}{2}$. بسبب أن التسارع متغير .

(ج) الرسم البياني موضح بالأشكال التالية. حاول إيجاد السرعة والتسارع عند $t = 2\text{s}$



الشكل (12-2) رسم بياني (a) الموقع مع الزمن. (b) السرعة مع الزمن. (c) التسارع مع الزمن

Examples 10 An object moves along the x axis. Its position varies with time according to the equation $x=(-4+2t+t^2)\,\text{m}$. (a) Find its position, velocity, and acceleration at. And at $t=2\,\text{s}$ (b) Find its displacement and average velocity during the time interval $t=0\,\text{s}$ to $t=2\,\text{s}$.

(c) Draw a graph of position versus time, velocity versus time, and acceleration versus time.

مثال10 جسم يسير على محور x . يتغير موقعه حسب المعادلة $x=(-4+2t+t^2)\,\text{m}$. (أ) أوجد موقع الجسم، وسرعته، وتسارعه عند اللحظة الزمنية $t=0\,\text{s}$. (ب) أوجد إزاحة الجسم، ومتوسط سرعته بين الفترة الزمنية $t=0\,\text{s}$ و $t=2\,\text{s}$. (ج) أرسم بيانيا الموقع مع الزمن، السرعة مع الزمن، والتسارع مع الزمن.

الحل (أ) نعوض $t=0\text{s}$ في معادلة الموقع فنحصل على الموقع عند هذا الزمن،

$$x_{t=0}=-4+2\times 0+0^2=-4\text{m}$$

موقع الجسم عند الزمن $t=0\text{s}$ يساوي -4m . أي إنه يبعد 4m إلى يسار نقطة الأصل. ولإيجاد موقعه عند الزمن $t=2\,\text{s}$ نعوض $t=2\text{s}$ في معادلة الموقع فنحصل على الموقع عند هذا الزمن،

$$x_{t=2}=-4+(2\times 2)+2^2=4\text{m}$$

أي إنه يبعد 4m إلى يمين نقطة الأصل وبالتالي تكون إزاحة الجسم تساوي 8m .

لحساب السرعة عند أي لحظة زمني نجد مشتقة الموقع بالنسبة للزمن.

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}(-4+2t+t^2)=2+2t$$

لحساب السرعة عند الزمن $t=0\text{s}$، نعوض في معادلة السرعة فنحصل على،

$$v_{t=0}=2+(2\times 0)=2\,\text{m/s}$$

أي إن سرعة الجسم عند الزمن $t=0\text{s}$ تساوي $2\,\text{m}/s$.

لحساب السرعة عند الزمن $t=2\text{s}$، نعوض في معادلة السرعة فنحصل على،

$$v_{t=2}=2+(2\times 2)=6\,\text{m/s}$$

لحساب التسارع عند أي لحظة زمني نجد مشتقة السرعة بالنسبة للزمن.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(2 + 2t) = 2\ \mathrm{m/s^2}$$

نلاحظ أن مقدار التسارع يساوي مقدار ثابت وهو $2\ \mathrm{m/s^2}$، أي أن قيمته نفسها عند أي لحظة زمنية

(ب) إزاحة الجسم خلال الفترة الزمنية $t = 0\,\mathrm{s}$ و $t = 2\,\mathrm{s}$ هي Δx،

$$\Delta x = x_{t=2} - x_{t=0} = 4 - (-4) = 8\ \mathrm{m}$$

متوسط سرعة الجسم خلال الفترة الزمنية $t = 0\,\mathrm{s}$ و $t = 2\,\mathrm{s}$ هي $\bar{v}$،

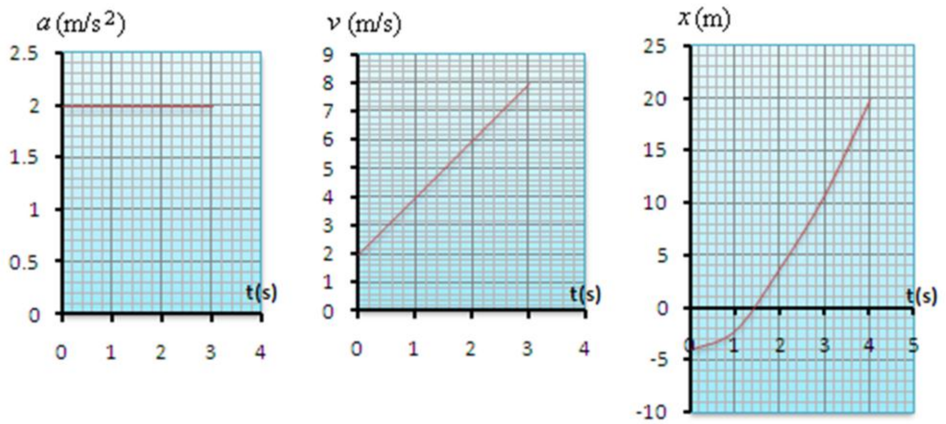
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8}{2} = 4\ \mathrm{m/s}$$

وبما أن التسارع ثابت، فإننا نستطيع استخدام المعادلة $\bar{v} = \frac{v_{t=2} + v_{t=0}}{2}$،

$$\bar{v} = \frac{v_{t=2} + v_{t=0}}{2} = \frac{6+2}{2} = 4\ \mathrm{m/s}$$

نلاحظ أن القيمتين متساويتين.

(ج) الرسم البياني موضح بالأشكال التالية. حاول إيجاد السرعة والتسارع عند $t = 2\mathrm{s}$.



شكل (2-13) رسم بياني (a) الموقع مع الزمن. (b) السرعة مع الزمن. (c) التسارع مع الزمن

ونلاحظ من الرسم البياني أن الموقع الابتدائي للجسم هو $-4\ \mathrm{m}$، وأن السرعة الابتدائية تساوي $2\ \mathrm{m/s}$، وأن التسارع ثابت ويساوي $2\ \mathrm{m/s^2}$

Example 11 A car start from rest and reaches a velocity of 36 km/h in in 8 s. (I) What is its acceleration? (II) How far does it travel during this time?	**مثال 11** سيارة بدأت الحركة من السكون ووصلت سرعتها 36 km/h خلال ثمانٍ ثواني 8 s. (I) ما مقدار تسارع السيارة؟ (II) ما مقدار المسافة التي قطعتها خلال هذه الفترة الزمنية؟

الحل: (I) أولاً يجب تنظيم الوحدات لكي تكون متسقة مع بعضها، ولذلك يفضل تحويل km/h إلى m/s، فتصبح معطيات المسألة كما يأتي:

السرعة الابتدائية $v_i = 0$، السرعة النهائية خلال الفترة الزمنية المعطاة v_f

$$v_f = 36 \text{ km/h} = \frac{36000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$$

التسارع a خلال الفترة الزمنية المعطاة يكون،

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{8 \text{ s}} = \frac{10 \text{ m/s} - 0}{8 \text{ s}} = 2.25 \text{ m/s}^2$$

(II) المسافة المقطوعة هنا هي مقدار الإزاحة ، ولحسابها نختار أي معادلة، لأن كل ما يلزمنا لوصف الحركة أصبح متاحاً ما عدا الإزاحة،

$$\Delta x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2} \times 2.25 \times 8^2 = 14.22 \text{ m}$$

Example 12 A car start from rest with constant acceleration of 4m/s^2. What is its velocity at the end of 5 seconds??	**مثال 12** سيارة بدأت الحركة من السكون بتسارع ثابت 4m/s^2. كم تكون سرعتها بعد خمس ثواني ؟

الحل: معطيات المسألة: $v_i = 0$، $a = 4 \text{ m/s}$، والمطلوب حساب v_f عند $t = 5$ s.

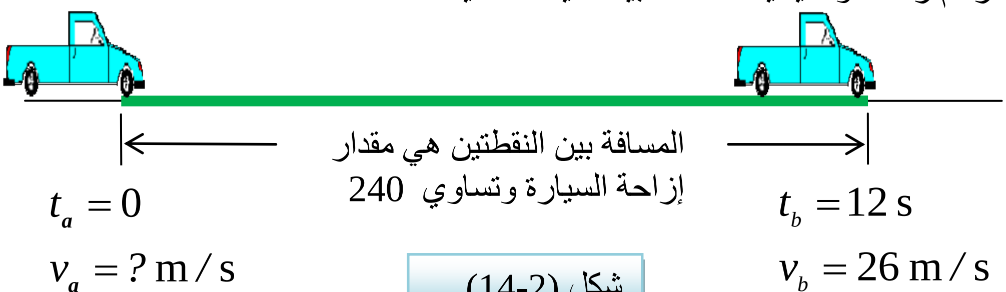
ولذلك نختار المعادلة $v_f = v_i + at \quad = 0 + 4 \times 5 = 20 \text{ m/s}^2$

D.K.ALKHALED

Examples 14	مثال 14
Examples 14 A car moving with constant acceleration overrides the distance between two points (a,b) that are 240m apart in 12s. Its speed as it passes the second point is 26 m/s . (I) Why we use the word speed instead of velocity? (II)What is its speed at the first point ?(III) What is its acceleration?	**مثال 14** سيارة تسير بتسارع ثابت اجتازت المسافة بين نقطتين (a,b) التي تبلغ 240m بزمن قدره 12s. كانت سرعتها القياسية في اللحظة التي عبرت فيها النقطة الثانية 26m/s. (I) لماذا استخدمنا كلمة السرعة القياسية ولم نستعمل كلمة السرعة المتجهة؟ (II) ما سرعة السيارة عند النقطة الأولى a؟ (III) ما تسارع السيارة؟

الحل (I) يجوز لنا استعمال أي من الكلمتين طالما نتكلم عن مقدار السرعة اللحظية، فالسرعة اللحظية القياسية تساوي مقدار السرعة اللحظية المتجهة .

(II) نرسم رسماً توضيحياً للمسألة مبيناً عليه المعطيات



شكل (2-14)

هنا لدينا مجهولين هما التسارع a، والسرعة الابتدائية v_a. ونستطيع إيجاد كلٍ منهما باستخدام معادلتين بمجهولين، ثم نحل المعادلتين حسب الطرق التي نعرفها. ولكن توجد طريقة أسهل و هي اختيار معادلة متوسط السرعة $\bar{v}$ طالما أن التسارع ثابت.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_a + v_b}{2}$$

ومنها نحصل على،

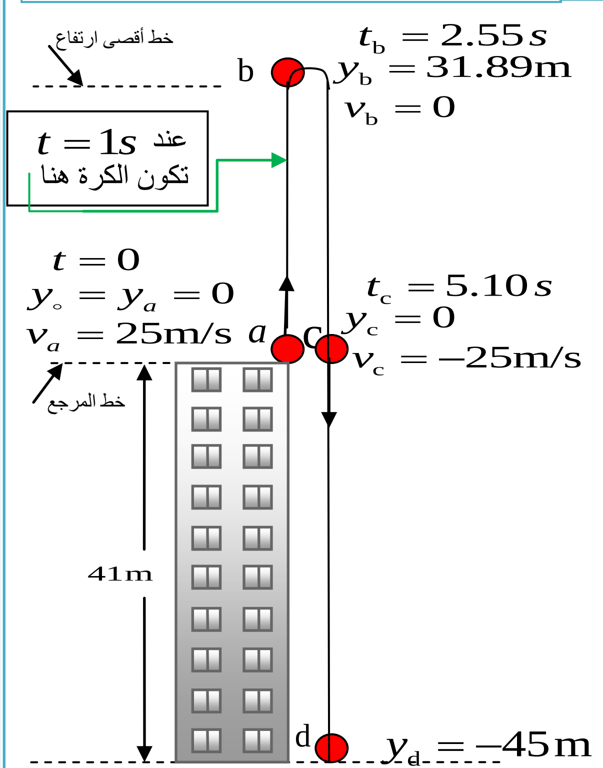
$$v_a = 2 \times \frac{\Delta x}{\Delta t} - v_b = 2 \times \frac{240}{12} - 26 = 14\ m/s$$

(III) لحساب التسارع نختار أي معادلة، والسبب أن كل المعلومات عن حركة السيارة أصبحت معلومة، وبناءً على ذلك نختار المعادلة،

$$v_b = v_a + a t \quad \rightarrow \quad a = \frac{v_b - v_a}{t} = \frac{26 - 14}{12} = 1\ m/s$$

<u>Example 15</u> A ball is thrown from the tall building with an initial velocity of 25 m/s straight upward. The building is 41m high, and the ball just misses the edge of the roof on its way back down. (I) Find the maximum height reached, and the time at which it is reached. (II) Find the position and velocity of the ball at t=1s. (III) Find the time needed for the ball to return to the level of the thrower, and the velocity of the ball at this time.

<u>مثال 15</u> قذفت كرة إلى الأعلى بسرعة ابتدائية 25m/s من سطح بناية عالية ارتفاعها عن سطح الأرض تقريباً 41m، وأثناء عودتها إلى الأسفل مرت بمحاذاة سطح البناية. (أ) أوجد أقصى ارتفاع وصلت إليه، والزمن المنقضي للوصول لهذا الارتفاع. (ب) موقع وسرعة الكرة بعد ثانية من قذفها. (ج)الزمن المنقضي للعودة إلى مستوى القذف، وسرعتها عند هذا الزمن.



<u>الحل</u> (أ) الرسم التوضيحي للمسألة مبين في الشكل. إذا اعتبرنا نقطة المرجع سطح الأرض فتكون $y_0 = 41\text{m}$، أما إذا اعتبرنا نقطة المرجع سطح البناية فتكون $y_0 = 0$.

دعنا نأخذ نقطة المرجع سطح البناية.

عند أقصى ارتفاع (النقطة b) تكون السرعة صفر، وبالتالي نختار المعادلة التي تكون بها الإزاحة مجهول وحيد،

$$v_b{}^2 = v_a{}^2 - 2g(y_b - y_a)$$

وبتعويض المعطيات نحسب y_b،

$$0 = 625 - 2\times 9.8\times(y_b - 0) \Rightarrow y_b = 31.89\,\text{m}$$

ولحساب الزمن اللازم t_b للوصول لهذا الارتفاع نختار أي معادلة يكون بها هذا الزمن هو المجهول الوحيد، ثم نعوض المعطيات، فنحسب هذا الزمن،

$$v_b = v_a - g(t_b - t_a)$$

$$0 = 25 - 9.8\times(t_b - 0) \Rightarrow \quad t_b = 2.55\text{s}$$

تكملة حل مثال 15

(ب) لإيجاد موقع الكرة بعد ثانية واحدة لنا أن نختار معادلة يكون بها الموقع مجهول وحيد، أو أن نختار معادلتين بهما مجهولين أحدهما الموقع، وبالتأكيد المجهول الثاني هو السرعة عند ذلك الموقع. من الأفضل أن نختار الأسهل، وهو

$$y_{t=1s} - y_a = v_a \, \Delta t - \frac{1}{2} g \, (\Delta t)^2$$

وبتعويض المعطيات نحسب $y_{t=1s}$ التي ترمز إلى الموقع،

$y_{t=1s} = 25\times 1 - \frac{1}{2}\times 9.8\times (1)^2 \Rightarrow y_{t=1s} = 20.1\text{m}$ أما سرعة الكرة بعد ثانية واحدة، $v_{t=1s} = 25 - 9.8\times(1-0) \Rightarrow v_{t=1s} = 15.2 \text{ m/s}$

(ج) عند عودة الكرة إلى مستوى القذف (النقطة c) تكون الإزاحة تساوي صفر، ولحساب الزمن المنقضي للوصول لهذه النقطة (t_c)نختار معادلة يكون الزمن هو المجهول الوحيد،

$$\Delta y = v_a \, \Delta t - \frac{1}{2} g \, (\Delta t)^2 \Rightarrow \; 0 = 25\times t_c - \frac{1}{2}\times 9.8\times (t_c)^2$$

وبحل هذه المعادلة نحصل على $t_c = 5.1s$. لاحظ أن هذا الزمن يساوي ضعف زمن الوصول لأقصى ارتفاع.

لحساب السرعة عند هذه النقطة لنا الخيار أن نختار النقطتين تمت الحركة بينهما،

الحركة من a إلى c	الحركة من b إلى c
$v_c = v_a - g(t_c - t_a)$	$v_c = v_b - g(t_c - t_b)$
وبتعويض المعطيات نحسب v_c،	وبتعويض المعطيات نحسب v_c،
$v_c = 25 - 9.8\times(5.1-0)$	$v_c = 0 - 9.8\times(5.1-2.55)$
$v_c = -25 \text{ m/s}$	$v_c = -25 \text{ m/s}$

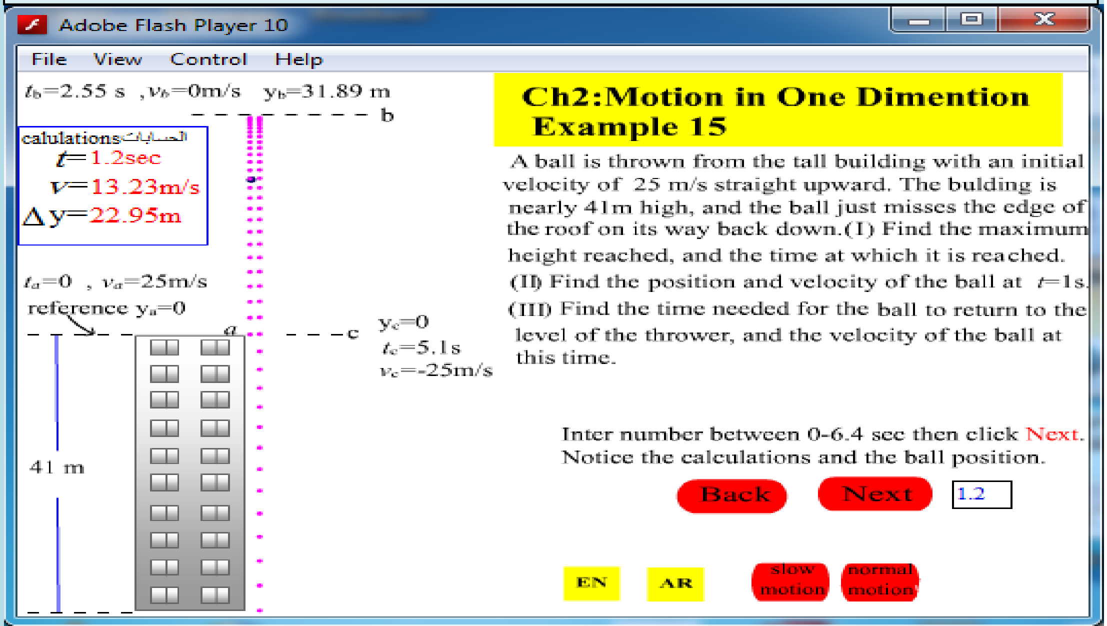
لاحظ في الحالتين حصلنا على نفس النتيجة، ولاحظ أيضاً أن هناك إشارة سالب، فهي تشير إلى أن اتجاه السرعة للأسفل، ولاحظ أيضاً أن مقدارها يساوي مقدار سرعة القذف.

D.K.ALKHALED

ولمزيدٍ من التوضيح حول هذه المسألة ندعوك عزيزي الطالب للرجوع إلى البرمجة السابعة لهذا الباب. وهي بعنوان: مثال 15: قذف كرة من أعلى سطح بناية عالية.

. A ball thrown from the tall building

صورة عن واجهة البرمجية السابعة وهي بعنوان مثال 15 قذف كرة من أعلى سطح بناية عالية.
A ball thrown from the tall building.



هذه صورة عن واجهة البرمجية السابعة . لاستعمال البرمجية الفعلية ما عليك فعله هو النقر على زر Start عنما يكون ظاهراً ثم مراقبة الحركة والنظر في الحسابات . وإذا رغبت في أن تشاهد وصف الحركة عند أي زمن، أدخل رقماً يمثل الزمن بين (0-6.4 s) ثم أنقر على الزر Next . لقراءة المسألة باللغة العربية أنقر عل زر AR .

Example 16 A sport car designed to accelerate uniformly from rest to a speed of 120 m/s in 6 s.

(a) Find the acceleration of the car.

(b) Find the distance the car travels in the first 6 s.

(c) If the car continues to accelerate at the same rate 9 s after it begins its motion, find speed and position of the car at t=8s.

مثال 16 سيارة سباق مصممة لتتسارع بانتظام من السكون 120m/s خلال ست ثواني (6s) .

(أ) أوجد تسارع السيارة.

(ب) أوجد المسافة التي تقطعها السيارة في ست ثواني (6s) .

(ج) إذا استمرت السيارة بهذا التسارع لمدة تسع ثواني من بداية حركتها، أحسب سرعتها وموقعها عند الزمن t=8s .

الحل نترك للطالب تخيل أو رسم الشكل التوضيحي للمسألة .

(أ) هنا التسارع والمسافة المقطوعة مجهولان، ولحساب التسارع نستعمل المعادلة،

$$v_2 = v_1 + at$$

وبتعويض المعطيات نحصل على $a = 20\,\text{m/s}$

(ب) الآن المسافة المقطوعة هي المجهول الوحيد، ولحسابها نختار أي معادلة، ولتكن،

$$v_2^{\,2} = v_1^{\,2} + 2a(\Delta x) \rightarrow \Delta x = 360\,\text{m}$$

حاول حساب Δx من المعادلة $\Delta x = v_1(\Delta t) + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$

(ج) دعنا نرمز لموقع السيارة عند الزمن t=8s بالرمز $x_{t=8}$ ، ولحسابه نختار المعادلة،

$$x_{t=8} - x_{t=0} = v_{t=0}(8) + \frac{1}{2}a(8)^2 \;\Rightarrow\; x_{t=8} = 640\,\text{m}$$

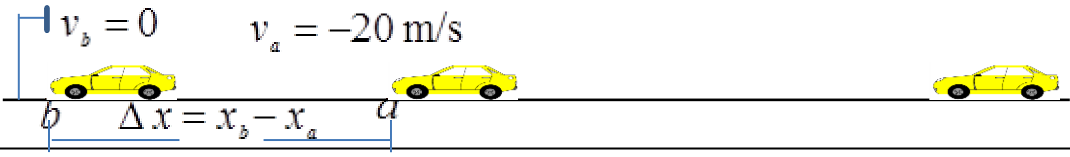
أما سرعة السيارة عند الزمن t=8s فنرمز لها بالرمز $v_{t=8}$ ، ولحسابها نختار المعادلة،

$$(\boldsymbol{v}_{t=8})^2 = (\boldsymbol{v}_{t=0})^2 + 2\boldsymbol{a}(\boldsymbol{x}_{t=8} - \boldsymbol{x}_{t=0}) \;\Rightarrow \boldsymbol{v}_{t=8} = 160\,\text{m/s}$$

Example 17 Ali is approaching a stoplight moving with velocity of 20m/s to the west. When the light turns yellow, Ali applies the brakes to stop the car. If Ali's acceleration is 8.00m/s^2, find the distance between the car and the stoplight at the moment he applies the brakes, and the time during the stopping process.	**مثال 17** يقود علي سيارته باتجاه الغرب بسرعة ثابتة 20m/s مقترباً من إشارة ضوئية. عندما شاهد علي الضوء يتحول من الأخضر إلى الأصفر داس على الفرامل لإيقاف السيارة، فتوقفت عند الإشارة الضوئية. إذا كان التسارع خلال فترة إيقاف السيارة 8.00m/s^2 ، أوجد المسافة التي كانت تفصله عن الإشارة الضوئية عند لحظة دوسه على الفرامل، وأوجد الزمن الذي استغرقه لإيقاف السيارة.

هنا داس على الفرامل

السيارة هنا تسير بسرعة ثابتة
$v = -20 \text{ m/s}$



نختار نقطة المرجع موقع السيارة لحظة الضغط على الفرامل $x_a = 0$. وبما أن بداية الحركة إلى اليسار، فأن $v_a = -20 \text{ m/s}$، وحيث إن مقدار السرعة يتناقص فإن اتجاه التسارع يكون لليمين، وبالتالي يكون $a = +8 \text{ m/s}^2$. ولحساب الإزاحة نطبق هذه المعطيات على المعادلة،

$$v_b^2 = v_a^2 + 2a(\Delta x)$$

$$0 = 400 + 2 \times 8(\Delta x) \quad \Rightarrow \quad \Delta x = -25 \text{ m}$$

ومقدار هذه الإزاحة 25mهو بعد الإشارة الضوئية عن السيارة لحظة الضغط على الفرامل.

ولحساب الزمن اللازم لكي تتوقف السيارة نطبق المعطيات على المعادلة،

$$v_b = v_a + a(\Delta t)$$

$$0 = -20 + 8(\Delta t) \quad \Rightarrow \quad \Delta t = 2.5 \text{ s}$$

ويمكن حساب الزمن من خلال تطبيق المعطيات على معادلة الإزاحة،

$$\Delta x = v_a(\Delta t) + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \Rightarrow \quad -25 = -20(\Delta t) + \frac{1}{2} \times 8(\Delta t)^2$$

$$4(\Delta t)^2 - 20(\Delta t) + 25 = 0$$

وبحل هذه المعادلة التربيعية نحصل على $\Delta t = 2.5 \text{ s}$ ، وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها من خلال تطبيق معادلة أخرى.

D.K.ALKHALED

Example 18 An airport has a runway of a bout 400m long. One kind of airplane designed to accelerate at $3m/s^2$ and must reach a speed of 54m/s to takeoff. If the airplane start from rest, can it reach the required speed for takeoff on this field?	**مثال 18** مَدْرَج مطار طوله 400m. إحدى أنواع الطائرات صُمِمَت لتتسارع على الأرض $3m/s^2$ وتتطلب أن تكون سرعتها عند لحظة الإقلاع 54m/s . إذا بدأت هذه الطائرة الحركة من السكون عند بداية المَدْرَج، فهل تصل إلى سرعة الإقلاع عند نهاية المَدْرَج.

الحل نترك للطالب تخيل أو رسم الشكل التوضيحي للمسألة .

المطلوب حساب سرعة الطائرة عند نهاية المَدْرَجْ، فإذا كانت 54m/s أو أكثر فباستطاعة الطائرة الإقلاع من هذا المطار. أو أن نحسب المسافة المطلوبة لكي تصبح سرعة الطائرة 54m/s . دعنا نحاول أن نجد الاحتمالين، ودعنا نرمز لسرعة الطائرة عند نهاية المَدْرَجْ v_b ، وسرعة الإقلاع $v_{t.o}$،

$$v_b^{\,2} = 0 + 2\times 3\times 400 \;\Rightarrow\; v_b = 49 \text{ m/s}$$

أي إن سرعة الطائرة عند نهاية المدرج $v_b = 49$ m/s أقل من $v_{t.o}$. وحتى تستطيع الطائرة الإقلاع يجب أن نحسب طول المَدْرَجْ المناسب لهذه الطائرة،

$$v_{t.o}^{\,2} = 0 + 2\times 3\times \Delta x \;\Rightarrow\; \Delta x = 486\text{m}$$

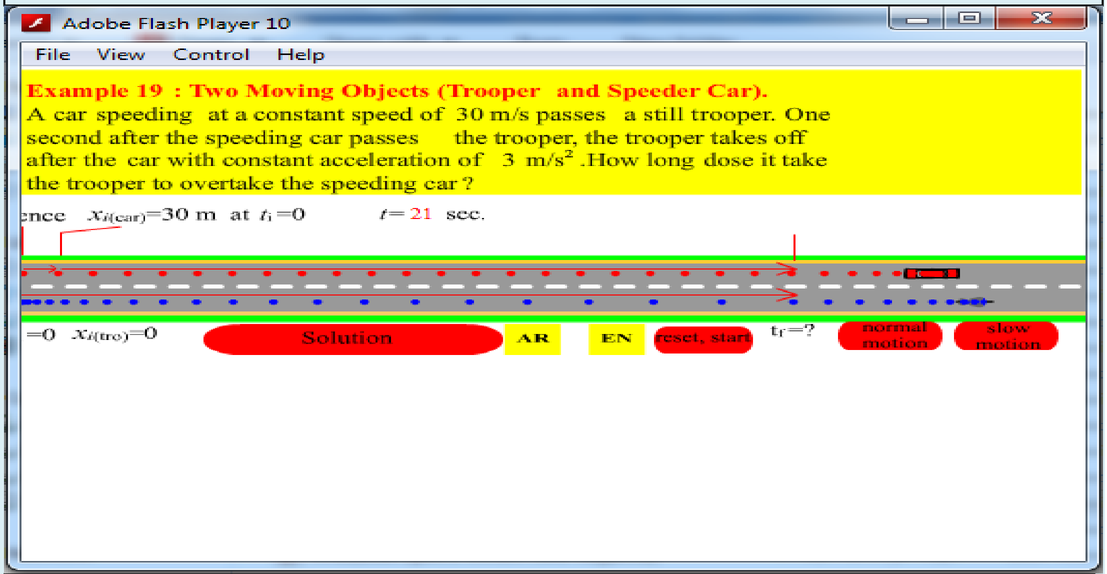
أي إنه لكي تصل الطائرة لسرعة الإقلاع يجب أن يكون طول المدرج على الأقل 486m.

Example 19 **Two objectes moving on a straight road with different accelarations.**	**مثال 19: جسمان يتحركان على خط مستقيم بتسارعين مختلفين.** **شاهد فيلم فلاش، البرمجية الثامنة**

Example 20 **Two objectes moving on a straight road with different directions.**	**مثال 20: جسمان يتحركان على خط مستقيم باتجاهين مختلفين.** **شاهد فيلم فلاش. البرمجية التاسعة**

صورة عن واجهة البرمجية الثامنة وهي بعنوان : مثال 19: جسمان يتحركان على خط مستقيم بتسارعين مختلفين.

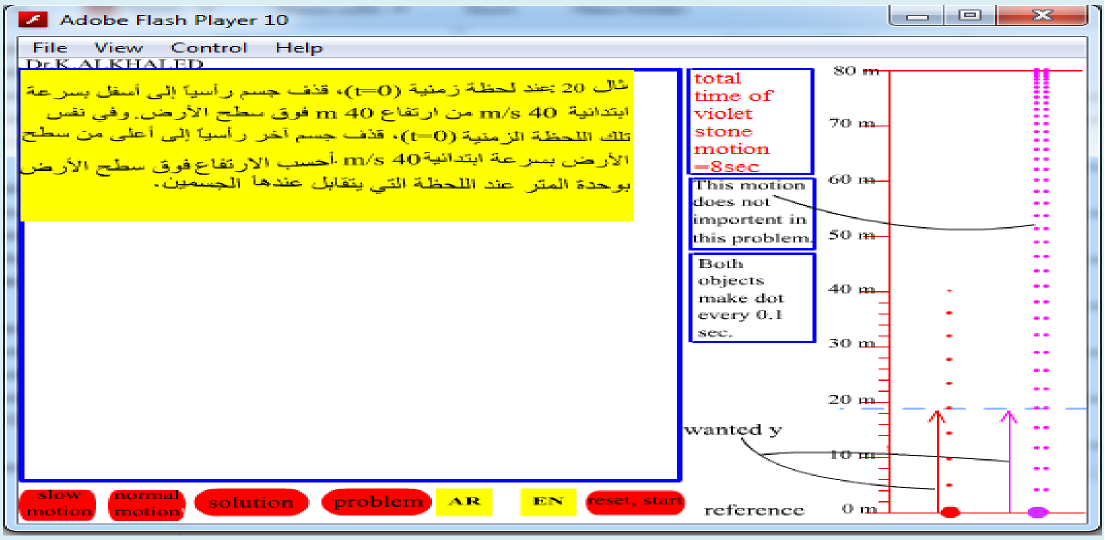
.Example 19: Two moving objects on a straight road with different accelerations.



هذه صورة عن واجهة البرمجية الثامنة . لاستعمال البرمجية الفعلية ما عليك فعله هو النقر على زر start, rest ثم مراقبة الحركة والنظر فيها.

صورة عن واجهة البرمجية التاسعة وهي بعنوان : مثال 20: جسمان يتحركان على خط مستقيم باتجاهين مختلفين.

Example 20: Two objects moving on a straight road with different directions.



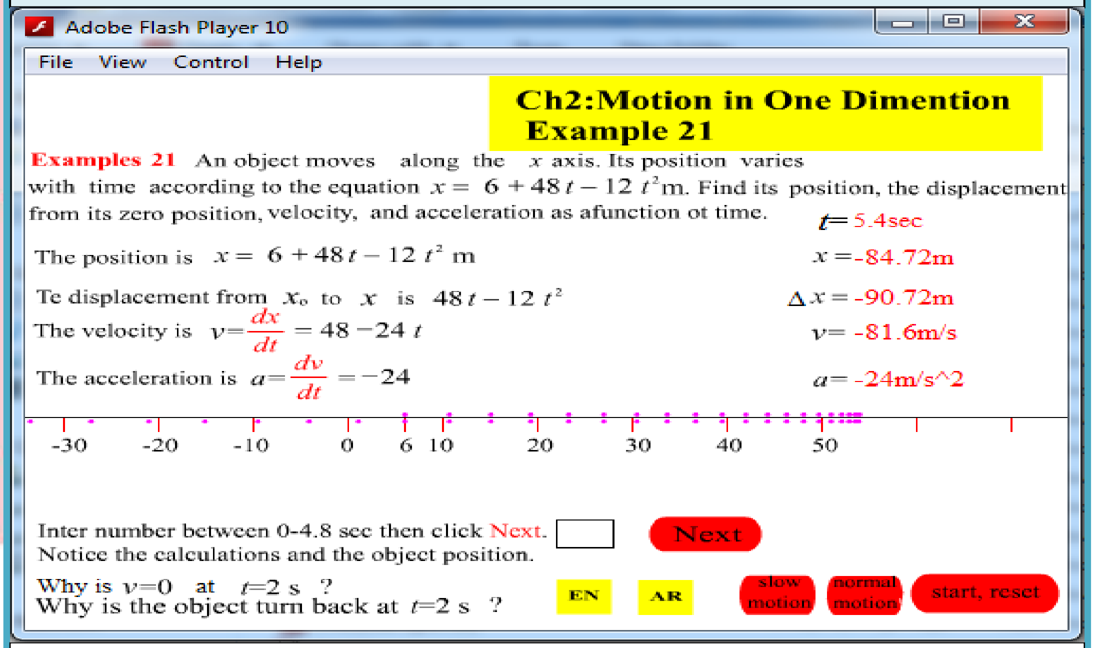
هذه صورة عن واجهة البرمجية التاسعة . لاستعمال البرمجية الفعلية ما عليك فعله هو النقر على زر start, rest ثم مراقبة الحركة والنظر فيها .

Examples 21 An object moves along the x axis. Its position varies with time according to the equation $x=(6+48t-12t^2)\,\mathrm{m}$. Find its position, displacement from its zero position, velocity, and acceleration as a function of time.	**مثال21** يتحرك جسم على محور x . يتغير موقعه مع الزمن حسب المعادلة $x=(6+48t-12t^2)\,\mathrm{m}$. أوجد موقع الجسم، وإزاحته عن موقعه الابتدائي، وسرعته، وتسارعه بدلالة الزمن.

الحل : حاول بنفسك. ولفهم هذه المسألة بصورة أعمق، ندعوك لمشاهدة البرمجية العاشرة.

صورة عن واجهة البرمجية العاشرة هي بعنوان : مثال 21: يتحرك جسم على محور x حسب المعادلة.....

An object moves along the x axis. Its position varies .



هذه صورة عن واجهة البرمجية العاشرة . لاستعمال البرمجية الفعلية ما عليك فعله هو النقر على زر start, rest ثم مراقبة الحركة والنظر فيها.

D.K.ALKHALED